Kwantumfysica I

2009-2010

Hoorcollege dinsdag 9 november 2009

Docent:	Caspar van der Wal
Tel.	363 4555
E-mail	c.h.van.der.wal@rug.nl
Kamer	NB4 - Gebouw 13 – kamer 140

Huishoudelijke mededelingen - Zie de syllabus en **http://caspar.fmns.rug.nl/teaching/**

Waarom kwantum mechanica?

Vanaf ongeveer 100 jaar geleden waren er een hele reeks experimentele resultaten die niet te verklaren waren met klassieke theorieën.
(Zie Hoofdstuk 2 van het boek.)

Bijvoorbeeld: Spectraallijnen van atomen.
Interferentie van electronen.

Voorbeelden niet vandaag, komen later voorbij in college reeks.

Waarom is kwantumfysica belangrijk?

- Atoom- en molecuulfysica
- Vaste-stof fysica
- Hoge-energie fysica
- Fysische chemie
- Kwantum informatie technologie

Het lastigste van dit vak is niet de sommen, maar dat de theorie zo tegen de intuïtie ingaat $\Rightarrow$

- Erg leuk vak!
- Lees de stof op tijd, en kom met vragen!

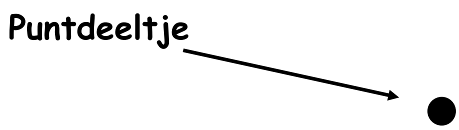
KWANTUM MECHANICA

De essentie van het verschil tussen klassieke mechanica en kwantum mechanica betreft:

1) **De toestand van een fysisch systeem**
2) **De tijdsevolutie van een fysisch systeem**
3) **Het meten aan een fysisch systeem**

1) De toestand van een puntdeeltje – klassiek

Hoe zat dat ook al weer met klassieke mechanica?

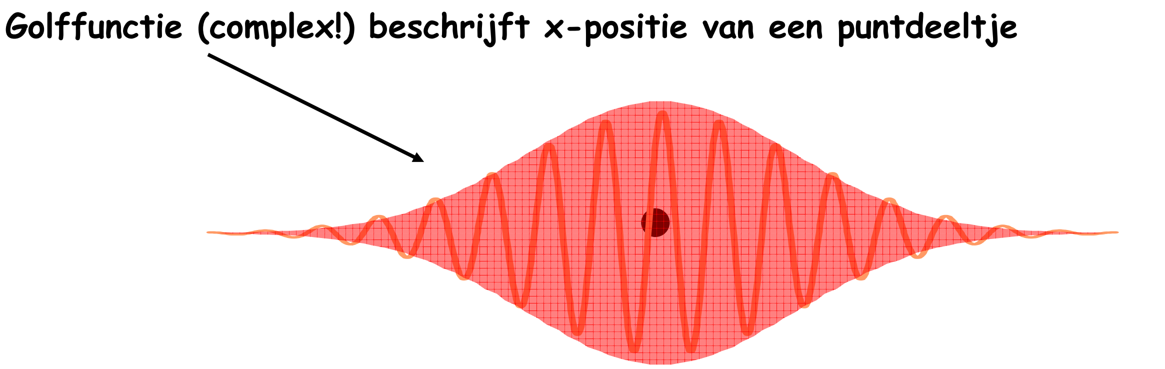


We weten alles als we de x-, y-, z-positie en p_x-, p_y- en p_z-impuls kennen

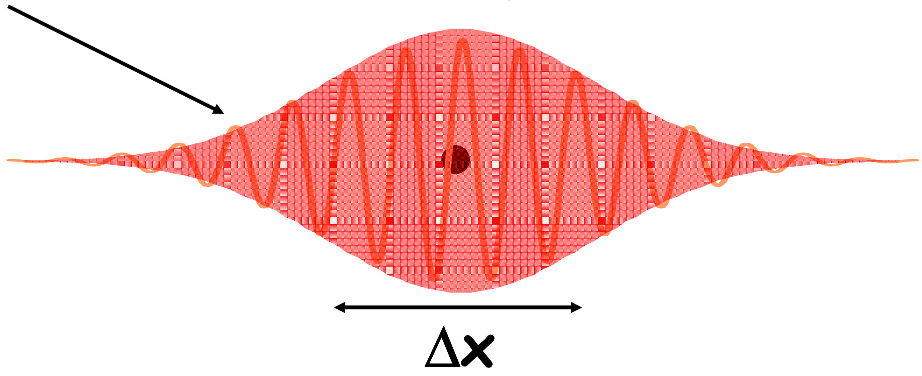
$\Rightarrow$

6 getallen met een specifieke waarde

De toestand van een puntdeeltje – kwantum versie



De toestand van een puntdeeltje:
Golf beschrijft x-positie van een puntdeeltje



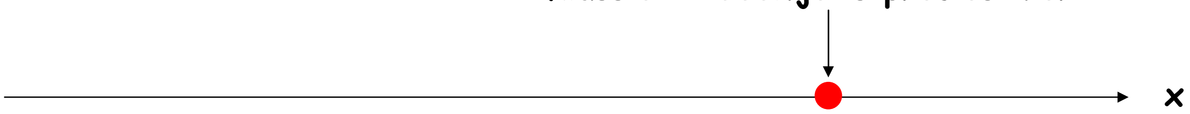
Ook de impuls (in x-, y- en z-richting) wordt beschreven door een golffunctie.

Bovendien blijkt het onmogelijk een toestand te realizeren die tegelijkertijd weinig spreiding in x-positie en x-impuls heeft (Heisenberg onzekerheidsrelatie).

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar / 2 \qquad (\hbar = h / 2\pi)$$

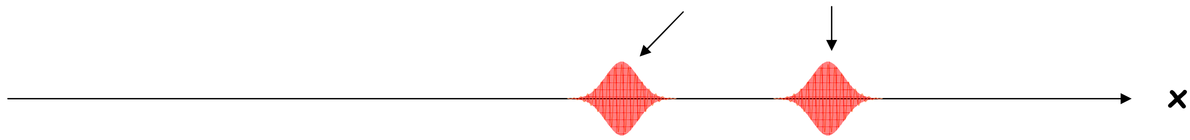
Gevolg: superpositie principe

Klassiek – deeltje is precies hier

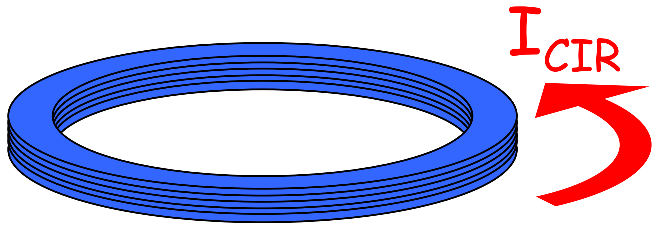


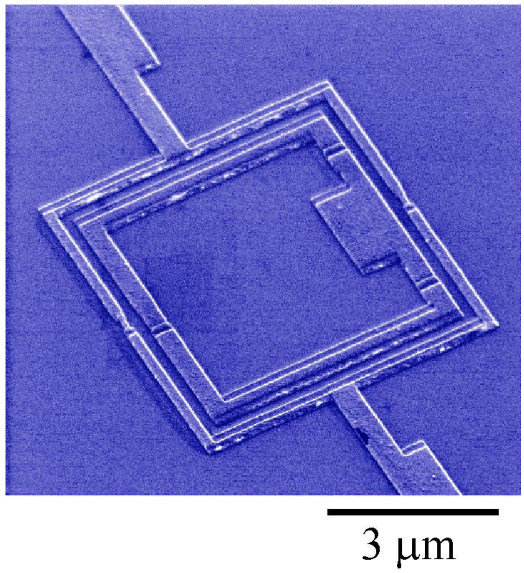
Kwantum – deeltje is hier overal tegelijk

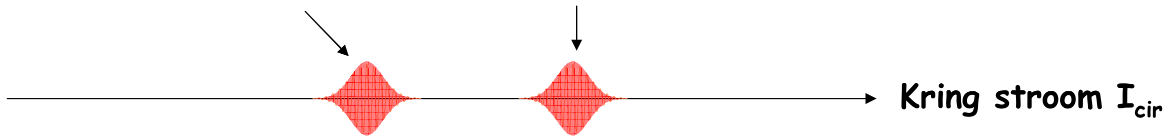
Of zelfs op twee gescheiden plaatsen tegelijk!



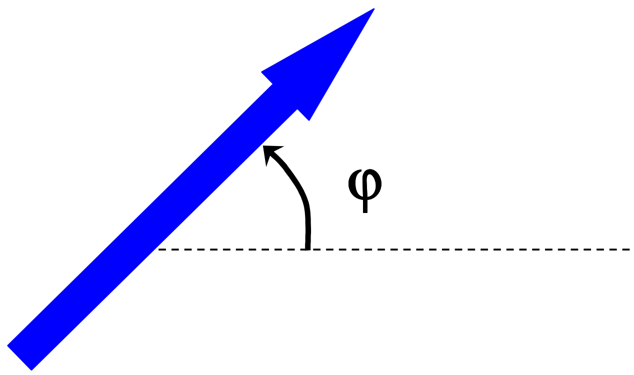
……en het hoeft niet om de positie van een puntdeeltje te gaan:



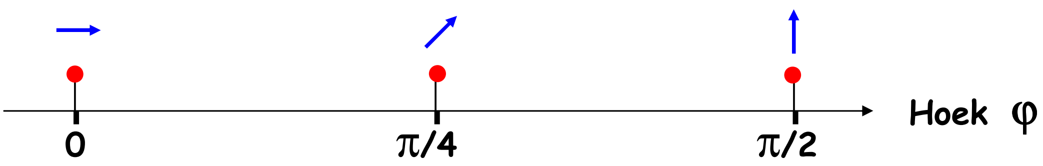




Nog een voorbeeld: richting van een pijltje (magneetje)



Superpositie van 3 discrete toestanden



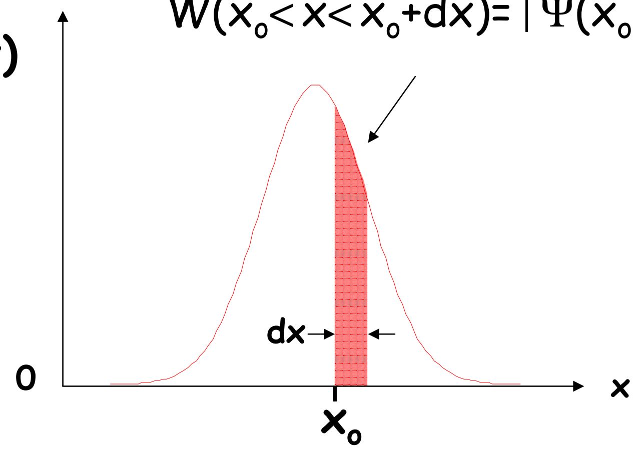
Interpretatie van de golffunctie: waarschijnlijkheidsdichtheid

Stel, voor zekere t, wordt de toestand van een vrijheidgraad x beschreven door de complexe golffunctie $\Psi(x,t)$:

Dat x een waarde heeft die in dit gebiedje dx valt heeft waarschijnlijkheid $W(x_o<x<x_o+dx)=|\Psi(x_o,t)|^2\,dx$

$\Psi^*(x,t)\Psi(x,t)$

$=|\Psi(x,t)|^2$

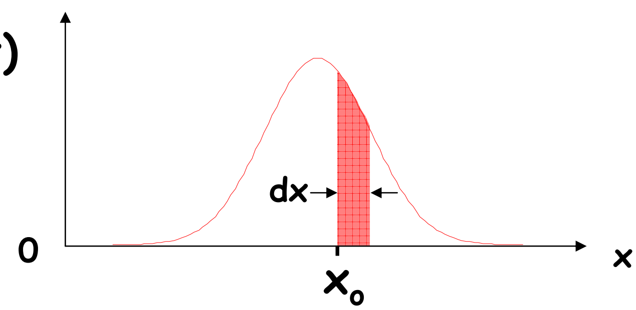


Interpretatie van de golffunctie: waarschijnlijkheidsdichtheid

Het deeltje is altijd ergens, dus $\int_{-\infty}^{\infty}|\Psi(x,t)|^2\,dx=1$

$\Psi^*(x,t)\Psi(x,t)$

$=|\Psi(x,t)|^2$



Normaliseren van de golffunctie

Fysische oplossing van diff. verg. Ψ(x,t) vaak bekend op multiplicatieve constante *C* na:

Bijvoorbeeld, voor zekere t is $C\Phi$(x,t) als mathematische oplossing gevonden:

$$\Psi(x,t) = C\,\Phi(x,t) \quad \Rightarrow$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left|\Phi(x,t)\right|^2 dx = A \quad \Rightarrow$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{A}}, \qquad \Psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{A}}\Phi(x,t)$$

KWANTUM MECHANICA

De essentie van het verschil tussen klassieke mechanica en kwantum mechanica betreft:

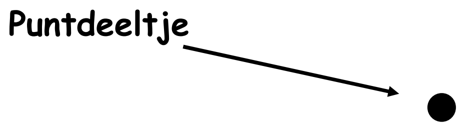
1) **De toestand van een fysisch systeem**

2) **De tijdsevolutie van een fysisch systeem**

3) **Het meten aan een fysisch systeem**

2) De tijdsevolutie van een fysisch systeem - klassiek

Hoe zat dat ook al weer met klassieke mechanica?



$$-\frac{\partial V}{\partial x} = m\frac{d^2 x}{dt^2}$$

"F=m•a"
Differentiaal vergelijking die de tijdsevolutie van een precieze waarde voor de positie beschrijft.
Energie bepaalt dynamica.

De tijdsevolutie van een fysisch systeem – kwantum versie

Stel, de *toestand* van een kwantumsysteem wordt beschreven door een golffucntie $\Psi(x,t)$.

De tijdsevolutie van dat systeem wordt beschreven door een differentiaal vergelijking die een golfvergelijking is:
de Schrödinger vergelijking.

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = \hat{H}\,\Psi(x,t)$$

Hamiltoniaan, totale energie

Voor een geïsoleerd systeem dat op een zeker tijdstip in een goed gedefinieerde golffunctie is, is deze dynamica deterministisch!

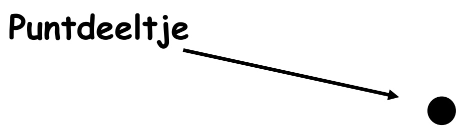
KWANTUM MECHANICA

De essentie van het verschil tussen klassieke mechanica en kwantum mechanica betreft:

1) **De toestand van een fysisch systeem**
2) **De tijdsevolutie van een fysisch systeem**
3) **Het meten aan een fysisch systeem**

3) Het meten aan een fysisch systeem - klassiek

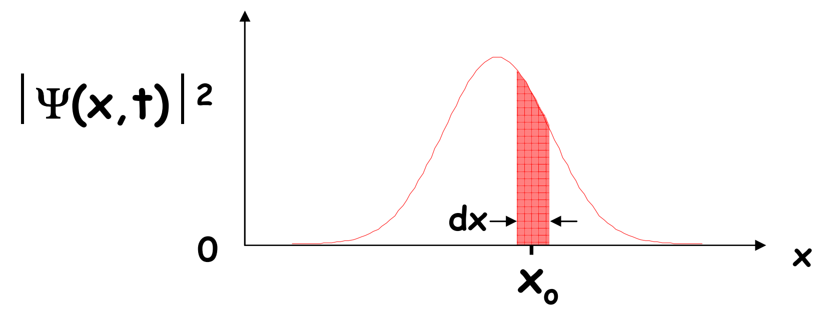
Hoe precies kunnen we x en p_x meten van een klassiek puntdeeltje?



- Klassiek bestaat er geen fundamentele limiet voor hoe precies we x en p_x kunnen bepalen.
- We kunnen x en p_x tegelijkertijd heel precies meten.

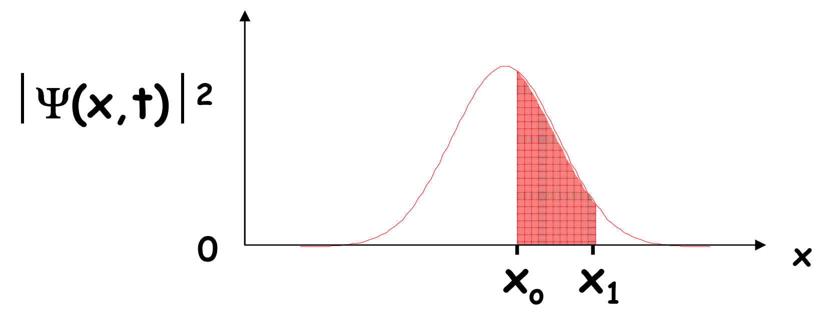
3) Het meten aan een fysisch systeem – kwantum versie

Hoe werkt een meting in de kwantum wereld?



De kans op meetuitkomst in $x_o \pm \frac{1}{2}dx$ is $|\Psi(x_o,t)|^2\,dx$.

Detectie of deeltje in interval x_o tot x_1 is:

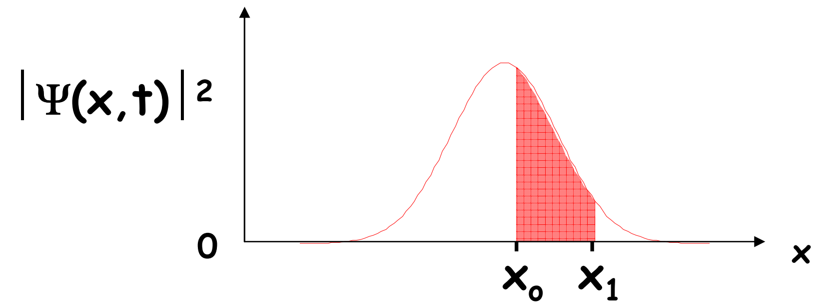


- De kans op meetuitkomst tussen in x_o en x_1 is

$$\int_{x_0}^{x_1} |\Psi(x,t)|^2 dx$$

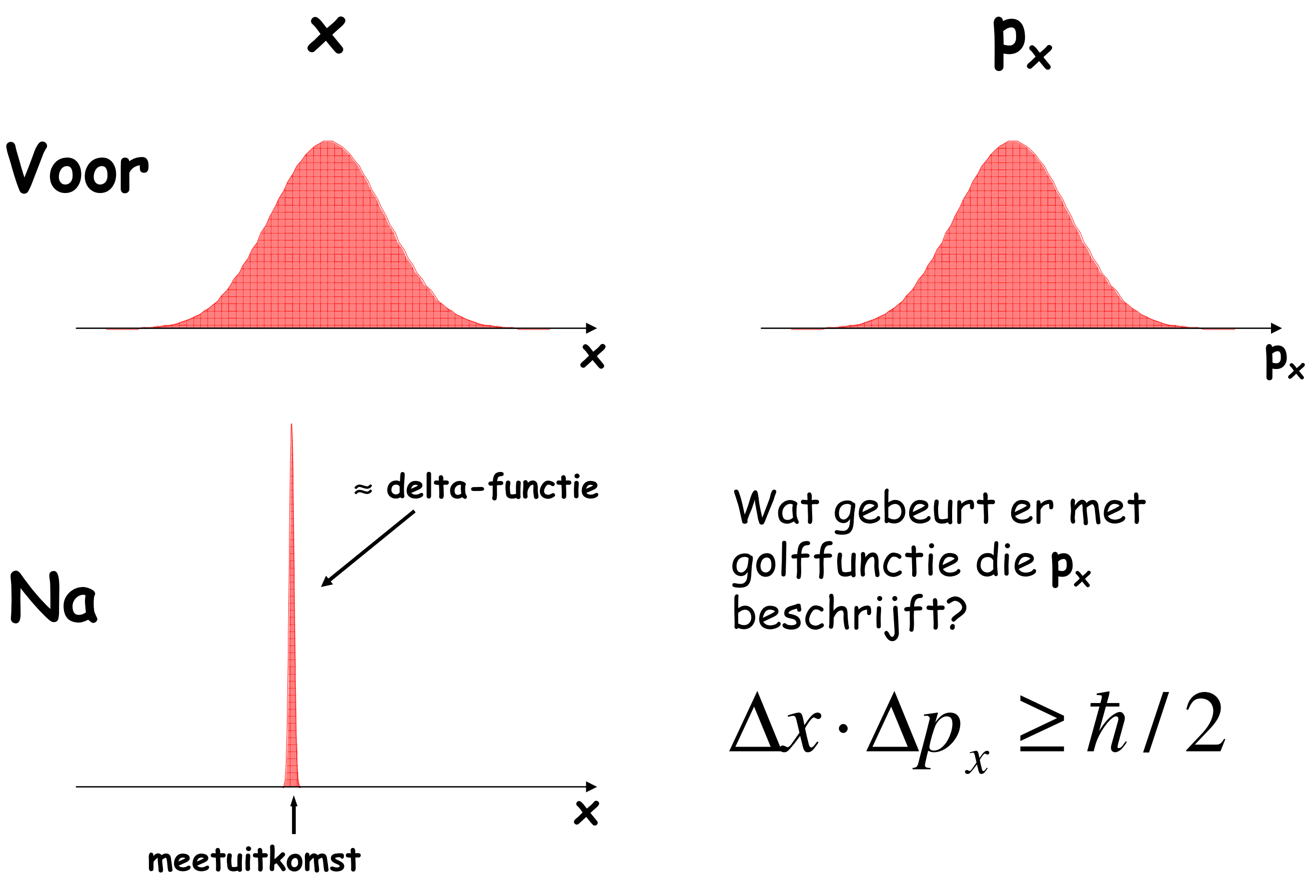
3) Het meten aan een fysisch systeem – kwantum versie

Hoe werkt een meting in de kwantum wereld?



De toestand na het meten is (meestal) sterk verstoord door het meetproces.

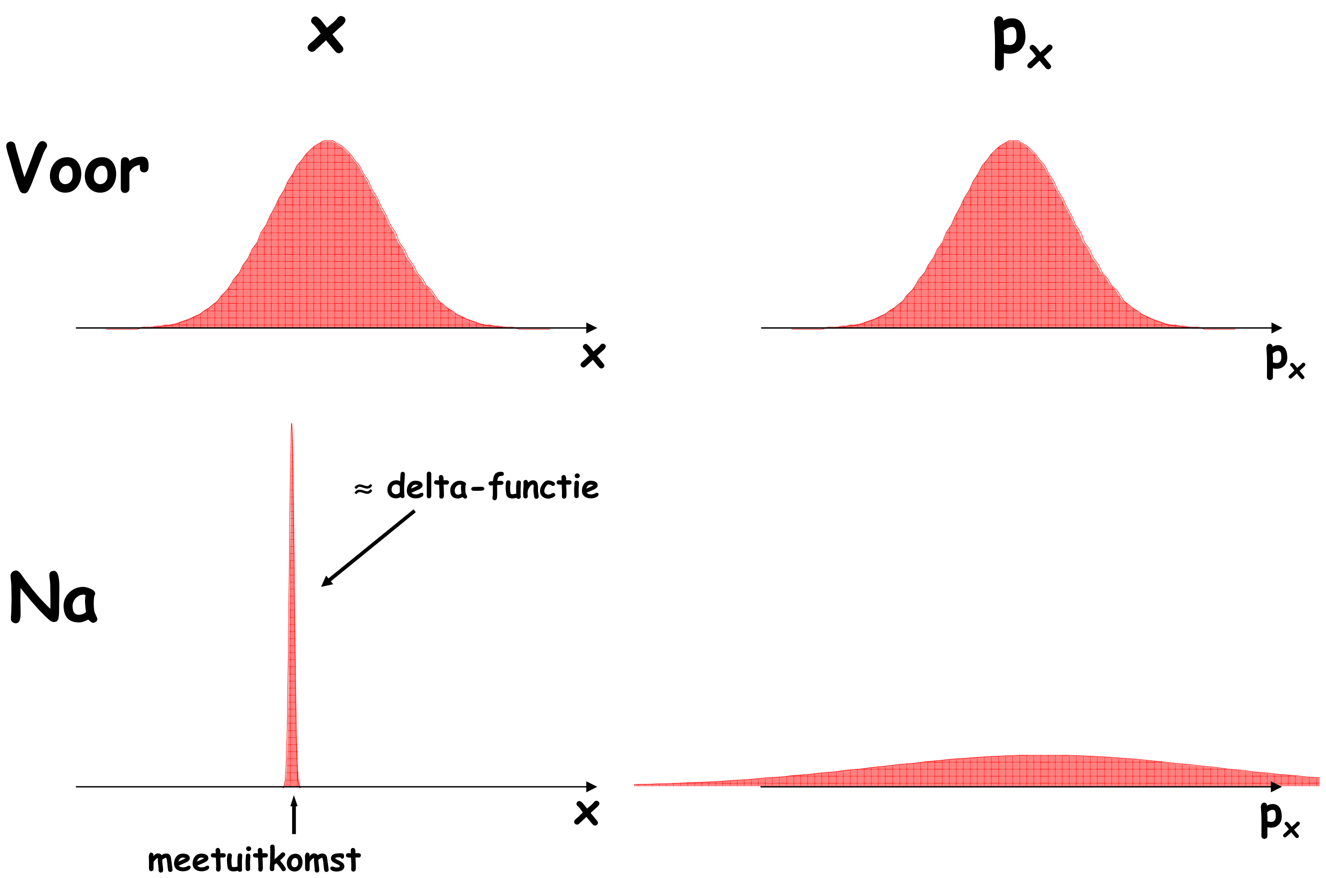
Meten van x $\Rightarrow$ interactie tussen meetapparaat en x



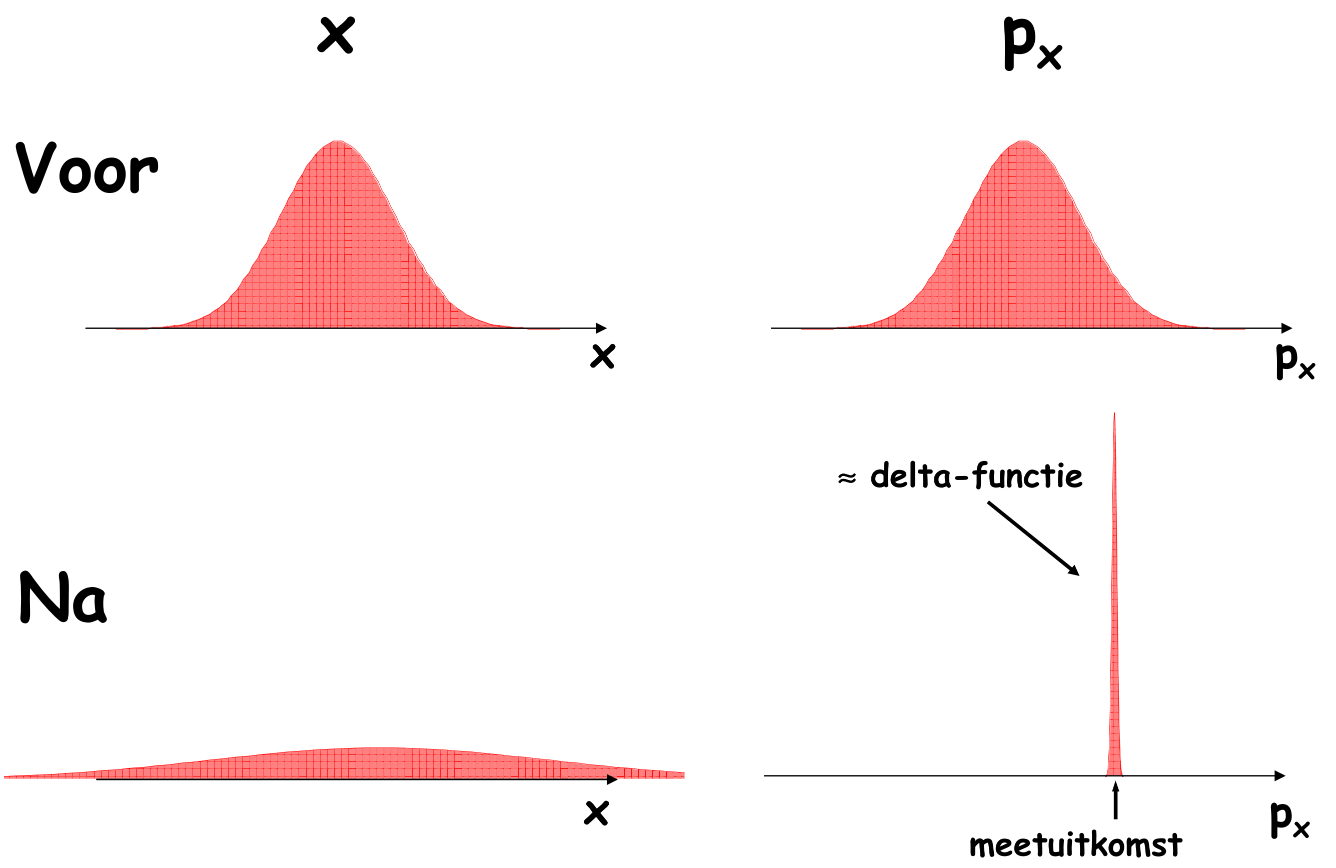
Wat gebeurt er met golffunctie die **p_x** beschrijft?

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar / 2$$

Meten van x $\Rightarrow$ interactie tussen meetapparaat en x



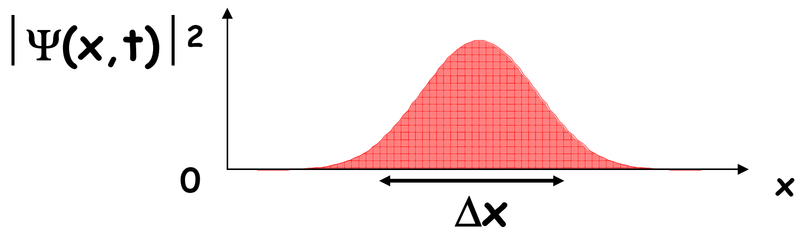
Meten van p_x $\Rightarrow$ interactie tussen meetapparaat en p_x



Gevolg:

1) We kunnen x en p_x **NIET** tegelijkertijd zo precies mogelijk meten.

2) Bovendien:



Kwantum onzekerheid in de toestand van x veroorzaakt al meetonzekerheid bij een enkele meting.

3) Volgorde na elkaar meten x en p_x (of andersom) maakt verschil voor resultaat!

4) We weten niet altijd van te voren of Δx of juist Δp_x heel groot is en kunnen daarom niet goed beslissen of het beter is om x of p_x te meten.

5) Herhaald meten aan identieke systemen geeft wel precieze resulaten.

Even alvast iets van Chapter 3:

Verwachtingswaarde voor eigenschap positie x op $t = t_0$

Stel systeem is in toestand $\Psi(x,t_0)$

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x,t_0)^* \; x \; \Psi(x,t_0)\,dx$$

Op zelfde manier kun je berekenen
Quantum onzekerheid in positie x $\Rightarrow$ **Δx**

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(x)\; \hat{x}^2\, \Psi(x)\,dx$$

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

Samenvatting:

Kwantum mechanica is (naast klassieke mechanica) een theorie om de toestand en tijdsevolutie van een fysisch systeem te beschrijven:

1. De toestand wordt beschreven door een golffucntie.
2. De tijdsevolutie door de Schrödinger vergelijking, een differentiaal vergelijking.
3. Meten aan een kwantum systeem gaat altijd gepaard met een sterke verstoring van de toestand, en heeft fundamentele onzekerheid.

Volgende college:

Interferentie van kwantumgolven in dubbele-spleet experimenten.